

Détermination nouvelle de la constante de l'attraction et de la densité moyenne de la Terre.

PAR MM. A. CORNU ET J. BAILLE.

« Depuis la découverte de la loi de l'attraction universelle par Newton, un problème expérimental d'une grande importance s'est naturellement posé aux astronomes et aux physiciens, à savoir : la détermination de la valeur numérique de la constante qui exprime l'attraction réciproque de deux unités de masses placées à unité de distance.

» La détermination de cette constante désignée par f présente un intérêt tout spécial en Astronomie. En effet, la troisième loi de Képler permettrait d'obtenir directement la valeur de la masse totale de deux corps réagissant l'un sur l'autre, d'après la connaissance de deux éléments de leur mouvement relatif, le demi-grand axe a de l'orbite et le temps T d'une révolution, si l'on connaissait avec précision la valeur de f ; car on a la relation

$$\frac{a^3}{T^2} = f\,\frac{(m + m')}{4\pi^2}.$$

» Faute de connaître cette constante avec une exactitude suffisante, les astronomes ne déterminent que les rapports des masses des différents éléments du système solaire, soit par une double application de cette formule aux planètes ayant des satellites, soit d'après des calculs de perturbations. La valeur absolue des masses des corps célestes, nécessaire pour la connaissance de leur densité, n'est possible que par la détermination de la masse absolue ou de la densité moyenne Δ de la Terre liée à la constante de l'attraction par la formule (*)

$$f\Delta = \frac{3}{4}\,\frac{g^2}{\pi R}.$$

» C'est donc à la détermination de f que se réduit, en dernière analyse, la solution de cet important problème, et la méthode expérimentale consiste dans l'évaluation en unités absolues de l'attraction réciproque de deux masses données.

» La méthode de la déviation de la verticale imaginée par Bouguer et

(*) En effet, si l'on applique la loi de Newton à deux corps quelconques, de masses m, m', on a $F = fmm' : r^2$; si l'un d'eux n'est autre que la Terre, on a $p' = fMp' : gr^2$ ou $f = gR^2 : M$. En comparant la masse M de la Terre à un égal volume d'eau et appelant Δ le quotient ainsi obtenu, on trouve la formule citée.

La Condamine n'a donné à Maskelyne qu'un résultat approximatif ($\Delta = 4,5$). La méthode de la balance de torsion paraît beaucoup plus précise.

» Les premières expériences, conçues par Mitchell, furent exécutées par Cavendish (1798), plusieurs années après les belles recherches de Coulomb (1787) sur la mesure des petites forces, à l'aide de la balance de torsion ; l'illustre physicien anglais trouva comme moyenne de ses expériences, au nombre de vingt-neuf, $\Delta = 5,48$; ce qui donne, pour $f : g^2 = 0,0^{11}682$ (en prenant pour unités le mètre et le gramme). Ces expériences furent reprises en Allemagne par M. Reich (Freiberg, 1838) : le principal perfectionnement consistait dans l'addition d'un miroir pour la mesure des déviations ; une première série donna comme résultat 5,44, qu'il corrigea plus tard en l'élevant à 5,49 ; une deuxième série (1849), 5,58.

» Dans l'intervalle parut un travail considérable de l'astronome anglais Baily sur le même sujet (1843). Les expériences faites avec un appareil identique à celui de Cavendish se recommandent par leur nombre et le soin avec lequel elles ont été exécutées. La moyenne générale fournit $\Delta = 5,67$; mais elles offrent une erreur systématique dont il sera parlé plus loin.

» L'importance de la question, tant en Physique qu'en Mécanique et en Astronomie, nous a semblé mériter une étude nouvelle, d'autant que la méthode expérimentale en elle-même est applicable non-seulement à la mesure de la constante de l'attraction, mais encore à une foule d'autres déterminations physiques.

» Nous avons donc commencé par une étude complète de la balance de torsion, surtout au point de vue des *mesures absolues*. Dans le Mémoire que nous aurons l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie, nous décrirons en détail les précautions minutieuses nécessaires pour obtenir une balance de torsion dans les meilleures conditions de sensibilité et de précision ; les points que nous avons étudiés particulièrement sont, outre les conditions d'établissement du fil, du levier, etc., l'annulation des causes perturbatrices les plus influentes et la loi de la résistance de l'air. Cette partie de notre travail mérite une Communication spéciale que nous ferons prochainement ; les résultats principaux ont été les suivants : d'abord, au point de vue théorique, la vérification de la loi de la résistance de l'air ; *dans un espace assez étendu, cette résistance est proportionnelle à la vitesse*, ce qui permet de corriger avec sécurité les perturbations qu'elle occasionne ; ensuite, au point de vue pratique, la réduction du coefficient d'extinction des oscillations dû à cette cause par une forme convenable de levier, extinction qui a souvent gêné les expérimentateurs cités plus haut.

» Après ces études préliminaires, nous avons construit les appareils définitifs destinés aux mesures de la constante de l'attraction et de la densité

de la Terre : nous nous sommes proposé de rechercher une disposition aussi différente que possible de celle de nos devanciers, tout en profitant de leurs perfectionnements, afin de varier les conditions de l'expérience.

» Les appareils sont installés dans une des caves de l'École Polytechnique, ainsi que nous l'avons indiqué dans une précédente Communication (20 juin 1870). Le levier de la balance de torsion est un petit tube d'aluminium de 50 centimètres de longueur, portant à ses deux extrémités deux boules de cuivre rouge pesant chacune 109 grammes. Un miroir plan fixé en son milieu permet d'observer avec une lunette une échelle placée à $5^{m},60$. Le fil de torsion est en argent recuit; il a $4^{m},15$ de hauteur, et il est en place depuis le mois de septembre 1871 : le temps d'une oscillation double du levier est de $6^{m}38^{s}$ environ.

» La masse attirante est formée par du mercure contenu dans deux sphères creuses de fonte de 12 centimètres de diamètre, soigneusement travaillées : par aspiration on fait passer le mercure de l'une des sphères dans l'autre, de façon à doubler l'effet de l'attraction.

» Les principaux perfectionnements apportés aux appareils de Cavendish, de Reich et de Baily sont :

» 1° La réduction au quart des dimensions de ces appareils; on voit, en discutant la formule qui exprime la déviation, qu'on a tout bénéfice à cette réduction, car dans *des appareils géométriquement semblables (le temps d'oscillation du levier restant le même) la déviation* angulaire *est indépendante ~~du poids des boules suspendues et en raison inverse~~ des dimensions homologues.* ×

» Grâce à cette remarque, nous avons pu réduire à 12 kilogrammes la masse attirante, au lieu de deux fois 158 kilogrammes, employés par Cavendish. Au point de vue de la vérification de la généralité de la loi de Newton, la réduction des distances est encore avantageuse.

» 2° L'emploi du mercure, qui permet le déplacement de la masse attirante sans choc ni trépidations, ce qui rend la manœuvre de l'inversion excessivement facile.

» 3° L'élimination des perturbations électriques par la construction métallique de toutes les parties de l'appareil et leur communication constante avec le sol.

» Enfin l'enregistrement électrique de la loi complète du mouvement d'oscillation du levier qui facilite les observations en dispensant l'observateur de compter le temps, et qui permet de conserver, sous forme de tracés graphiques, toutes les circonstances qui ont accompagné l'observation.

» Nous avons effectué un grand nombre de déterminations; nous donnons ici le résultat du relevé de plus de deux cents oscillations doubles, formant vingt groupes, appartenant à deux séries : l'une comprenant les

× Si l'on fait varier tous les éléments (longueur du levier, poids des boules suspendues) en conservant constant le temps d'oscillation & le poids de la masse attirante, la déviation angulaire maximum (correspondant à la plus petite distance des masses) est ~~sensi~~blement indépendante du poids des boules suspendues & en raison inverse des dimensions du levier.

groupes d'observations faites pendant les mois d'été, juillet et août 1872; l'autre pendant les mois d'automne et d'hiver 1872-1873 :

La série d'été donne... $\frac{f}{g^2} = 0{,}0^{u}6760$, $\Delta = 5{,}56$;

La série d'hiver..... $\frac{f}{g^2} = 0{,}0^{u}6836$, $\Delta = 5{,}50$.

» La concordance des résultats partiels est très-satisfaisante; l'écart moyen dans la série d'été est de 1,25 pour 100 environ; dans l'autre, où les conditions atmosphériques (et la présence d'un grand nombre d'élèves à l'École) gênent un peu les observations, l'écart est de 1,50 p. 100.

» La petite divergence de 1 pour 100 entre les moyennes des deux séries s'explique par une légère flexion du levier qui a diminué un peu son moment d'inertie. En conséquence, la première série est préférable; aussi croyons-nous son résultat exact à moins de 1 pour 100 près.

» Nos expériences tendent donc à confirmer le nombre donné par Cavendish; celui de Baily serait notablement trop élevé; mais, comme nous l'avons dit plus haut, ses résultats partiels sont entachés d'une erreur systématique. Les valeurs de la densité obtenues avec des boules de masse croissante décroissent, suivant une loi presque régulière, depuis 6,02, obtenue avec un levier seul, jusqu'à 5,60, obtenue avec la boule la plus lourde : l'erreur résulte donc vraisemblablement d'une appréciation inexacte de l'attraction du levier, et dont l'influence serait nulle si la masse du levier était négligeable vis-à-vis de celle de la boule. En vue de corriger cette erreur, nous avons calculé cette valeur limite en appliquant une formule empirique représentant la loi précédente; nous avons trouvé $\Delta = 5{,}55$, c'est-à-dire un nombre très-voisin de celui de Cavendish, de la moyenne des résultats de M. Reich, et de celui que nous trouvons nous-mêmes.

» Nous concluons donc de ces premières recherches que la densité moyenne de la Terre est représentée par 5,56, et, à l'aide d'une interprétation convenable des observations de Baily, nous rétablissons une concordance complète entre tous les résultats obtenus jusqu'à ce jour.

» Nous sommes occupés actuellement à continuer ces expériences et surtout à en varier les conditions : la nécessité d'opérer de nuit et d'attendre des circonstances météorologiques favorables empêche de les conduire aussi rapidement que nous le désirerions; mais la longueur même du temps que nous y avons déjà consacré, et que nous devons y consacrer encore, témoigne du soin que nous voulons apporter à ces observations difficiles et augmente la confiance qu'on peut leur accorder. »

(14 avril 1873.)

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
732 Paris. — Quai des Augustins, 55.